

工程改善実験法 今昔 (2)

技術士 (経営工学) 末浪憲一

2018年8月15日に一番簡単な直交表 (L<sub>8</sub>(2<sup>7</sup>))による実験結果の分散分析表作成について説明した。今回は、L<sub>27</sub>(3<sup>13</sup>)割り付け表に3水準の因子 A,B,C,D,3個と交互作用 AxB,BxC、BxG3個と2水準の因子 G,Fと3水準の因子 Bと2水準の因子 G間の交互作用を含む実験結果の分散分析表について説明する。

因子 F と G、交互作用 B x G の偏差平方和の算出については、実験結果表から それぞれ2元表を作成して求めなければならない。

ところが「R」を併用するとこれらのことに特別な注意をしなくても求めることができる。分散分析表を作成する手順は、全て同じである。このことにも注目していただきたい。

例題 3-4 L<sub>27</sub>(3<sup>13</sup>)直交表を用いた擬水準法

長畑秀和著「Rで学ぶ実験計画法 P105」朝倉書店 より引用

ある電気製品の製造工程において、特性を高めることを目的として、影響を及ぼすと思われる各3水準の母数因子 A,B,C,D,および2水準の因子 F、Gを取り上げ、L<sub>27</sub>(3<sup>13</sup>)直交表による製造実験を行った。6つの主効果の他に交互作用 AxB,BxC,BxGが考えられる。割り付けは表 3. 58 に示すように行われた。27回の実験をランダムな順序に行って得られたデータも表 3. 58 に併記してある。最も大きくなる最適条件を要求している。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
	B	A	AxB	AxB	C	BxC	BxC	G	BxG	BxG	D	F	e13	X
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5
2	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2	11
3	1	1	1	1	3	3	3	2	3	3	3	2	3	15
4	1	2	2	2	1	1	1	1	2	2	3	2	3	13
5	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	1	1	1	21
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2	22
7	1	3	3	3	1	1	1	2	3	3	2	2	2	13
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	2	3	16
9	1	3	3	3	3	3	3	1	2	2	1	1	1	15
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	8
11	2	1	2	3	2	3	1	1	3	1	2	2	1	12
12	2	1	2	3	3	1	2	2	1	2	3	1	2	16
13	2	2	3	1	1	2	3	1	3	1	3	1	2	12
14	2	2	3	1	2	3	1	2	1	2	1	2	3	22

15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	2	1	21
16	2	3	1	2	1	2	3	2	1	2	2	2	1	18
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2	23
18	2	3	1	2	3	1	2	1	3	1	1	2	3	20
19	3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	2	2	15
20	3	1	3	2	2	1	3	1	1	3	2	1	3	22
21	3	1	3	2	3	2	1	2	2	1	3	2	1	25
22	3	2	1	3	1	3	2	1	1	3	3	2	1	2
23	3	2	1	3	2	1	3	2	2	1	1	2	2	3
24	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	2	1	3	13
25	3	3	2	1	1	3	2	2	2	1	2	1	3	17
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1	16
27	3	3	2	1	3	2	1	1	1	3	1	2	2	13

「直交表実験データ」の分散分析表を求めるが、「R」と併用することのメリットを知るために筆算で行う。

各列の平方和を計算する。

列	1(B)	2(A)	3(AB)	4(AB)	5(C)	6(BC)	7(BC)	8(G)	9(BG)
水準1の和①	131	129	110	132	103	129	139	139	136
水準2の和②	152	129	138	179	146	137	139	120	136
水準3の和③	126	151	161	98	160	143	131	150	137
①+②+③	409	409	409	409	409	409	409	409	409
平方和	42.30	35.85	144.96	367.63	196.08	10.97	4.74	51.19	0.07

列	10(BG)	11(D)	12(F)	13(e13)
水準1の和①	32	122	144	135
水準2の和②	139	149	139	128
水準3の和③	138	138	126	146
①+②+③	09	409	409	409
平方和	3.19	40.97	19.19	18.30

AxB 3列と4列の和  $144.96+367.63 = 512.59$

BxC 6列と7列の和  $10.97 + 4.74 = 15.71$

E(誤差) 9列、10列と13列の和  $0.07+3.19+18.30 = ?$  (求まらない)

2水準 ; Fの平方和を求める。12列

2水準のため、12列から求めることはできない。次の方法による。

F 水準1の和 144 9個

水準 2 の和 265 18 個

$$F \text{ の平方和 } 144 * 144 / 9 + 265 * 265 / 18 - 409 * 409 / 27 \\ = 2304 + 3901.3888 - 6195.5926 = 9.7962$$

自由度は、1

G の平方和を求める。(1 列と 8 列の 2 元表を作る。)

G 水準 1 の和 259

水準 2 の和 150

$$G \text{ の平方和 } SG=259 * 259 / 18 + 150 * 150 / 9 - 409 * 409 / 27 \\ = 3726.7222 + 2500 - 6195.5926=31.1296$$

BxG の平方和を BG2 元表から求める。

要因	G1	G2	計
B1 (9)	82 (6)	49 (3)	131 (9)
B2 (9)	96 (6)	56 (3)	152 (9)
B3 (9)	81 (6)	45 (3)	126 (9)
計	259 (18)	150 (9)	409 (27)

( ) の数字はデータ数

$$St=(82*82+96*96+81*81)/6+ (49*49+56*56+45*45)/3 - 409*409/27 \\ = 3750.1667+2520.6667 - 6195.5926 = 75.2408$$

$$S(BxG) =St - SB - SG=75.2408 - 42.30 - 31.1296=1.81127$$

自由度は、2 (B の自由度 2 \* G の自由度 1 = 2)

3 水準割りつけ表のなかに、2 水準因子 F と G を入れた。B x G のように 3 水準と 2 水準の交互作用もあり、誤差項の平方和の計算は簡単ではない。

そのために全体の平方和を求めて、各因子の平方和の合計値を引くことで、誤差項の平方和を求めることにした。

$$\text{全測定値の平方和は } ST=\sum Xi^2 - 409^2 / 27 = 7131 - 6195.59 = 935.41$$

各要因の平方和の合計は、886.247

$$\text{この差が、誤差項の平方和となる。} 935.41 - 886.247 = 49.163$$

ここで、上の段の計算結果で、分散分析表を作る段になり、どの計算結果を使用するべきかで困った。

この実験の割りつけ表は 3 水準系のものである。2 水準系因子あ F と G、G と 3 水準系の因子 B と G の交互作用の平方和は、一体どの結果を正しいとするべきか。

結局、2 元表に戻って。計算することにした。それらの結果は、「R」で分散分析した場合と、一致していた。このことで、「R」の有効性を実感することができた。

以上の結果、分散分析表は、次のようになった。

要因	平方和 (S)	自由度 (DF)	平均平方 (MS)	Fo
A	35.85	2	17.925	2.188
B	42.30	2	21.15	2.581
C	196.08	2	98.04	11.965**
D	40.97	2	20.485	2.500

F	9.79	1	9.79	1.196
G	31.13	1	31.13	3.800
AxB	512.59	4	128.1475	15.640**
BxC	15.71	4	3.93	0.480
BxG	1.811	2	0.905	0.111
E	49.163	6	8.1938	
計	935.4074	26		

$$F(1,6,0.05)=5.99 \quad F(1,6,0.01)=13.7$$

$$F(2,6,0.05)=5.14 \quad F(2,6,0.01)=10.9$$

$$F(4,6,0.05)=4.53 \quad F(4,6,0.01)=9.15$$

殆どの場合、正しく計算された例は少なく、ここから先に進めなくなる。

同じ例題を「R」で解く

手順1 (エクセルによるデータ表の準備および作成)

表 3.58 のように、水準記号 1, 2, 3 の前に大文字 L の小文字「l」をつける。

表の下記部分全体を利用するのでコピーできる状態 (クリックボード) にする。

表 3. 5 8

	B	A	e3	e4	C	e6	e7	G	e9	e10	D	F	e13	X
1	l1	l1	l1	l1	l1	l1	l1	l1	l1	l1	l1	l1	l1	5
2	l1	l1	l1	l1	l2	l2	l2	l1	l2	l2	l2	l2	l2	11
3	l1	l1	l1	l1	l3	l3	l3	l2	l3	l3	l3	l2	l3	15
4	l1	l2	l2	l2	l1	l1	l1	l1	l2	l2	l3	l2	l3	13
5	l1	l2	l2	l2	l2	l2	l2	l2	l3	l3	l1	l1	l1	21
6	l1	l2	l2	l2	l3	l3	l3	l1	l1	l1	l2	l2	l2	22
7	l1	l3	l3	l3	l1	l1	l1	l2	l3	l3	l2	l2	l2	13
8	l1	l3	l3	l3	l2	l2	l2	l1	l1	l1	l3	l2	l3	16
9	l1	l3	l3	l3	l3	l3	l3	l1	l2	l2	l1	l1	l1	15
10	l2	l1	l2	l3	l1	l2	l3	l1	l2	l3	l1	l2	l3	8
11	l2	l1	l2	l3	l2	l3	l1	l1	l3	l1	l2	l2	l1	12
12	l2	l1	l2	l3	l3	l1	l2	l2	l1	l2	l3	l1	l2	16
13	l2	l2	l3	l1	l1	l2	l3	l1	l3	l1	l3	l1	l2	12
14	l2	l2	l3	l1	l2	l3	l1	l2	l1	l2	l1	l2	l3	22
15	l2	l2	l3	l1	l3	l1	l2	l1	l2	l3	l2	l2	l1	21
16	l2	l3	l1	l2	l1	l2	l3	l2	l1	l2	l2	l2	l1	18
17	l2	l3	l1	l2	l2	l3	l1	l1	l2	l3	l3	l1	l2	23
18	l2	l3	l1	l2	l3	l1	l2	l1	l3	l1	l1	l2	l3	20
19	l3	l1	l3	l2	l1	l3	l2	l1	l3	l2	l1	l2	l2	15
20	l3	l1	l3	l2	l2	l1	l3	l1	l1	l3	l2	l1	l3	22
21	l3	l1	l3	l2	l3	l2	l1	l2	l2	l1	l3	l2	l1	25

22	13	12	11	13	11	13	12	11	11	13	13	12	11	2
23	13	12	11	13	12	11	13	12	12	11	11	12	12	3
24	13	12	11	13	13	12	11	11	13	12	12	11	13	13
25	13	13	12	11	11	13	12	12	12	11	12	11	13	17
26	13	13	12	11	12	11	13	11	13	12	13	12	11	16
27	13	13	12	11	13	12	11	11	11	13	11	12	12	13

手順 2 「R」の Program File と「Rcmdr」をインストールする。

手順 3 データ (表 3. 58) を「R」にインストールする。

メニュー画面で、「データ」をクリック、新しく出てきた画面で、「データノインポート」→「テキストファイルまたはクリックボード URL」→「クリックボードにチェック」→「OK」を順次クリックする。この操作で、データが「R」上にインストールされる。

その後で、解析するファイルが、正しくインプットされていることを、「データセットを表示」をクリックして確認する。

手順 4 次に分散分析することになるが、この例題では、データの構造式を次のようにしている。

$$X=A+B+C+D+F+G+A:B+B:C+B:G$$

これらの要素が、分散分析で出てくるように指定する。

メニュー画面で、「統計量」→「モデルへの適合」→「線型モデル」と順次クリックして「モデル名を入力」画面を呼び出す。2つの空白のスプライン窓枠の左側に「X」右側に「A+B+C+D+F+G+A:B+B:C+B:G」をインプットして「OK」をクリックする。

ここで、交互作用  $A \times B$  は、 $A:B$  と表している。

関係するとは思えない画面が出てくる。(重回帰分析の画面か。?)

手順 5 分散分析。

メニュー画面で、「モデル」→「仮説検定」→「分散分析」を順次クリック。

> Anova (LinearModel.1, type="II")

Anova Table (Type II tests)

Response: X

	Sum Sq	Df	F value	Pr(>F)
A	35.85	2	2.1867	0.193499
B	42.30	2	2.5798	0.155419
C	196.07	2	11.9593	0.008065 **
D	40.96	2	2.4985	0.162417
F	9.80	1	1.1950	0.316253
G	31.13	1	3.7974	0.099237 .
A:B	512.59	4	15.6325	0.002508 **

B:C	15.70	4	0.4789	0.751691
B:G	1.81	2	0.1107	0.897000
Residuals	49.19	6		

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

注 筆算で、分散分析表を作成時に行った面倒な操作なしに同じ分散分析表を得ることができた。

P 値が大きい、主効果 F、交互作用 BxC, BxG を誤差項にプールしたモデルを考える。

要因 A と B の P 値も大きいから誤差項にプールしたいかもしれないが、

分散分析表の結果では、AxB は 5 % 有意であるから、削除しない。

今回の分析では、データの構造を「A+B+C+D+F+G+A:B+B:C+B:G」としたが次回は、

「A+B+C+D+G+A:B」とする。手順 4 のダイアログボックスを修正する。

再度 手順 5 を繰り返す。

Response: X

	Sum Sq	Df	F value	Pr(>F)
A	35.85	2	3.0462	0.0822295 .
B	42.30	2	3.5938	0.0572243 .
C	196.07	2	16.6599	0.0002589 ***
D	40.96	2	3.4805	0.0615805 .
G	31.13	1	5.2900	0.0386588 *
A:B	512.59	4	21.7768	0.0000115 ***
Residuals	76.50	13		

---

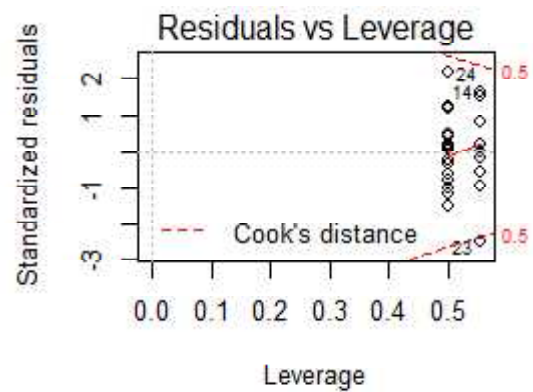
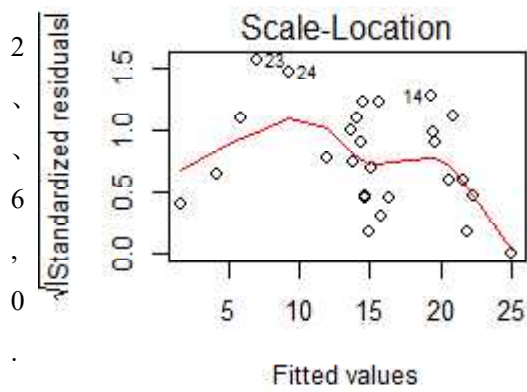
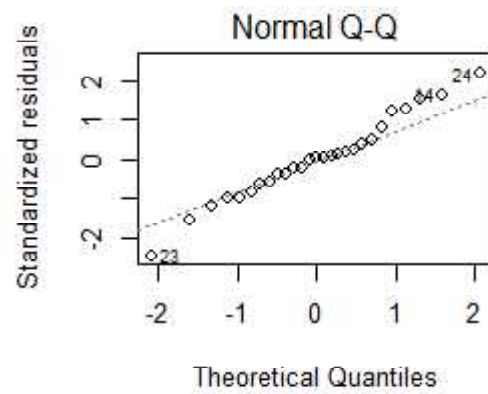
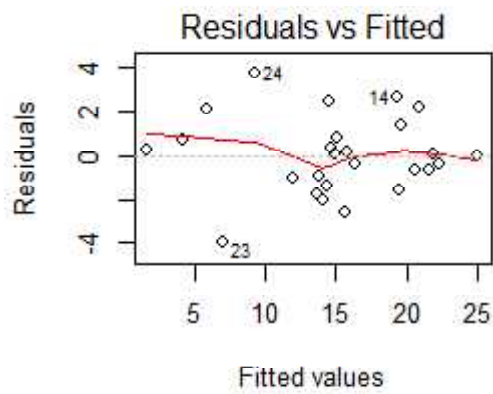
Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

手順 6 分析の妥当性の確認

メニュー画面で、「モデル」→「グラフ」→「基本的診断プロット」で次の図を得る。

この程度なら問題ないとのこと。(図の見方の研究が必要)

lm(X ~ A + B + C + D + G + A:B)



5)

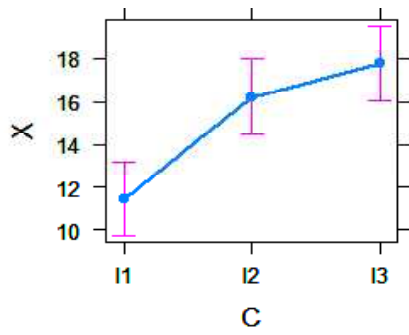
```
> Anova (LinearModel.1, type="II")
```

Anov

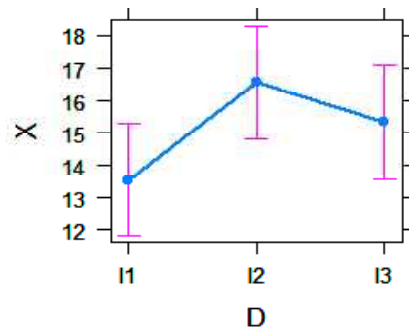
手順 7 効果プロット

メニュー画面で、「モデル」→「グラフ」→「効果プロット」

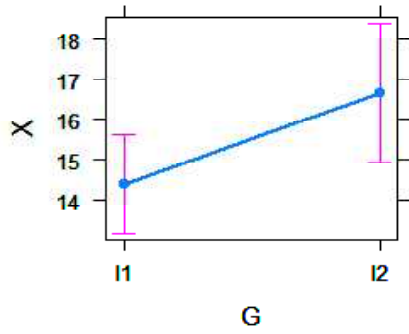
**C effect plot**



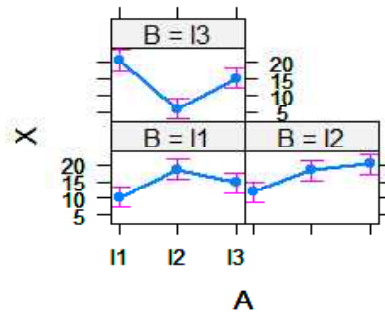
**D effect plot**



**G effect plot**

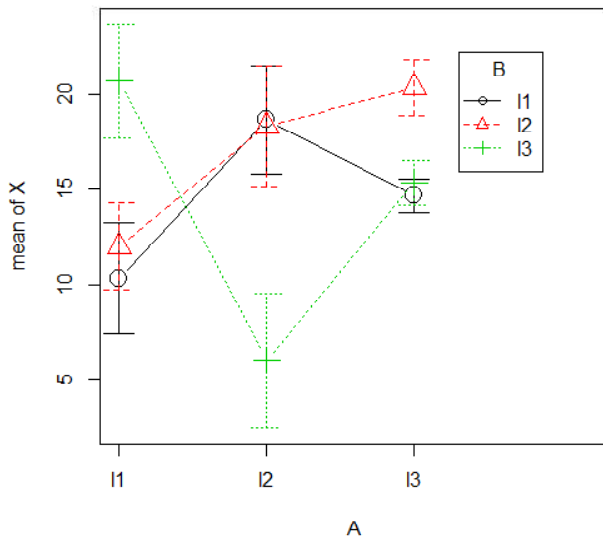


**A\*B effect plot**



「R」のグラフ作成機能を用いて、C、D、G、AxBのグラフを掲載する。

**Plot of Means**



グラフより最適値は

A : 1 水準、B : 3 水準

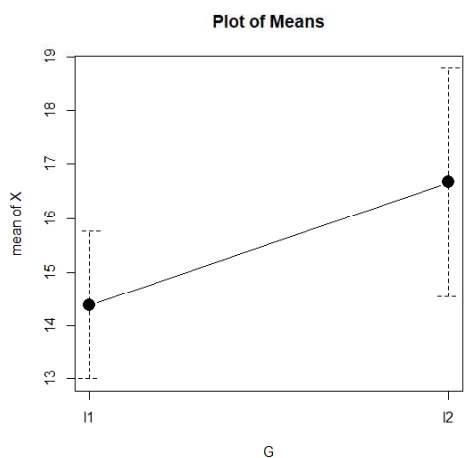
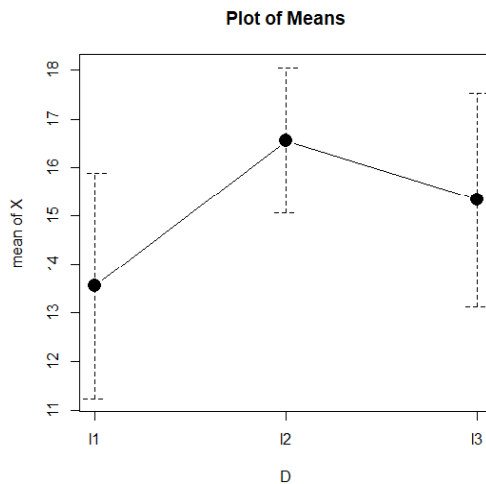
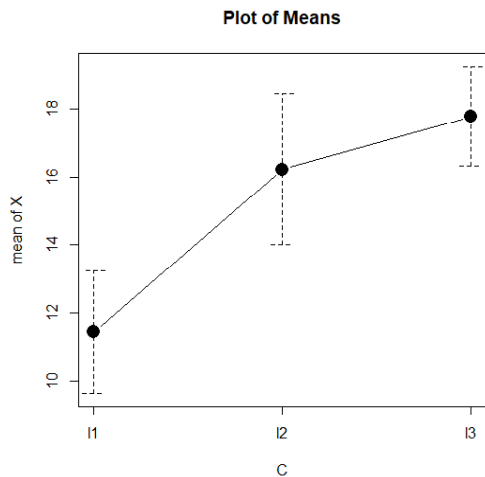
または

A : 3 水準、B : 2 水準

A1B3 : データ表より

$$(15+22+25)/3=62/3=20.67$$





最適値

$$C : 3 \text{ 水準} = 160/9 = 17.77$$

$$D : 2 \text{ 水準} = 149/9 = 16.55$$

$$G : 2 \text{ 水準} = 150/9 = 16.67$$

最大値 (点推定)

$$\begin{aligned} & A1B3+C3+D2+G2 - 3 \times \text{総平均} \\ & = 20.67+17.77+16.55+16.67 - 3 \times 409/27 \\ & = 26.22 \end{aligned}$$

終わりに

実験結果から分散分析表を作成するために、各要因の平方和を求めなければならない。この例題のように、3水準系と2水準系の要因が、しかもこれらの要因間に交互作用効果がある場合の平方和の計算は簡単なものではない。

これらの計算に「R」を併用することで簡単に平方和を求めることが可能になる。直交表による実験がより身近なものになる。このことで、製品開発や特性改善に大きな効果があると考えている。企業の技術力向上に活用していただきたい。

(30年9月6日)